

ریاضی نهم

(سوم متوسطه)

مؤلفان:
حسین انصاری
سیامک قادر

www.1shoo.ir تیرھوشان با موسسه یکشو



مقدمه

به نام خداوندی که انسان را آفرید و او را به زیور علم آراست.

به دنبال تألیف کتاب ریاضیات پنجم، ششم، هفتم و هشتم و استقبال دانش‌آموزان تیزهوش و معلمان فرهیخته، به حول و قوه الهی کار تألیف کتاب نهم نیز به اتمام رسید تا اثری وزین و پربار در اختیار دانش‌آموزان سرآمد کشور قرار گیرد. پایه نهم آخرین سال تحصیلی دوره اول دبیرستان می‌باشد و دانش‌آموزان برای ورود به دوره دوم دبیرستان باید در آزمون‌های دشوار مدارس تیزهوشان و دیگر مدارس ممتاز شرکت کنند بنابراین پایه نهم سالی سرنوشت‌ساز و تعیین‌کننده در آینده تحصیلی عزیزان دانش‌آموز می‌باشد. این کتاب نقشه راهی است که آنها را به سرمنزل مقصود می‌رساند. در این کتاب مفاهیم درسی به تفصیل با مثال‌های فراوان آموزش داده شده و در پایان هر فصل تمرین‌های متنوع و هدفدار قرار داده‌ایم که با حل آن‌ها مهارت ریاضی علم‌آموزان افزایش می‌یابد. در انتهای کتاب افزون بر ۱۲۰۰ پرسش چهارگزینه‌ای پیشرفته و گوناگون قرار داده‌ایم که نوجوانان برومند را برای آزمون‌های مدارس آماده می‌کند. این اثر عصاره چندین سال تدریس مؤلفان در مدارس تیزهوشان می‌باشد که به دانش‌آموزان هوشمند تقدیم می‌شود تا با استفاده از آن بنیان ریاضی خود را مستحکم نموده و با آمادگی کامل وارد دوره دوم دبیرستان شوند.

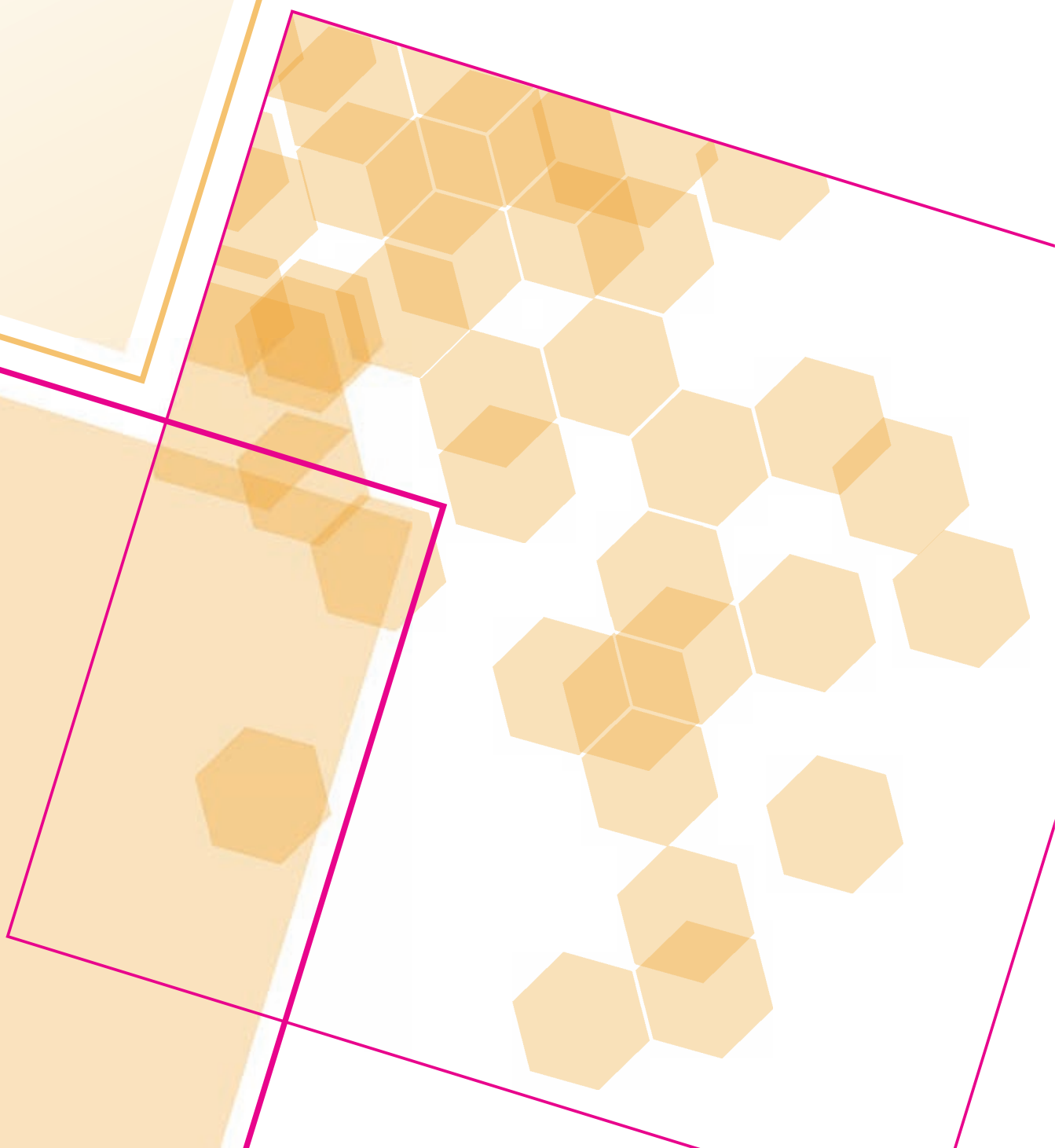
در پایان از زحمات بی‌دریغ کارکنان انتشارات مبتکران به ویژه آقای مبین و خانم‌ها فتاحی، آهنگر (تایپ و صفحه‌بندی)، مرادی، پژاوند (واحد تولید)، سمانه ایمان‌فرد (رسام) و هرمزی (طراح جلد) کمال تشکر و قدردانی را داریم.

تابستان ۹۴

حسین انصاری - سیامک قادر

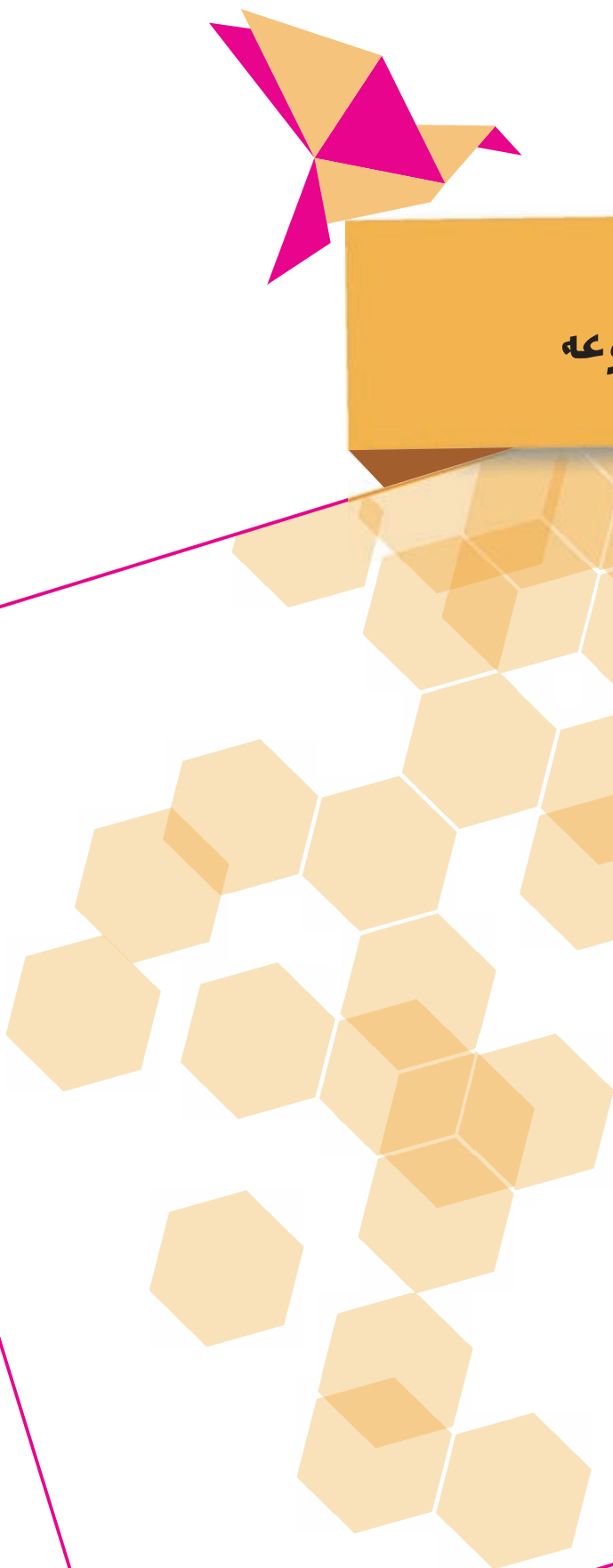


صفحه	عنوان
۲	فصل اول مجموعه
۳۹	فصل دوم اعداد حقیقی
۷۱	فصل سوم استدلال و اثبات در هندسه
۱۱۵	فصل چهارم توان و ریشه
۱۵۱	فصل پنجم عبارات جبری
۱۸۲	فصل ششم خط و معادله‌های خطی
۲۱۹	فصل هفتم عبارات‌های گویا
۲۳۵	فصل هشتم حجم و مساحت
۲۵۵	پرسش‌های چهارگزینه‌ای
۳۸۳	پاسخ‌نامه‌ی کلیدی
۳۹۹	پاسخ تمرین‌ها



فصل ۱

مجموعه





دسته‌ای از اشیاء کاملاً مشخص را که صریحاً بتوان گفت یک شیء عضو دسته هست یا خیر، مجموعه می‌نامند. مانند مجموعه‌ی گل‌ها، مجموعه‌ی اعداد طبیعی و مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های عدد ۱۲.

اگر مجموعه‌ی گل‌ها، مجموعه‌ی اعداد طبیعی و مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های عدد ۱۲ را به ترتیب A و $\mathbb{N}$ و B بنامیم، می‌توان گفت: یاس عضو A ، ۳۷ عضو $\mathbb{N}$ و ۴ عضو B است. همچنین چنار عضو A ، $\frac{۲}{۳}$ عضو $\mathbb{N}$ و ۷ عضو B نمی‌باشند.

$۳۷ \in \mathbb{N}$ ، $۴ \in B$ ، $\frac{۲}{۳} \notin \mathbb{N}$ ، $۷ \notin B$ ، $A \ni \text{چنار}$ ، $A \ni \text{یاس}$

مثال ۱: کدام یک از دسته‌های زیر یک مجموعه را مشخص می‌کند؟

– اعداد خیلی بزرگ – مردان قدبلند – سه عدد زوج متوالی

– اعداد طبیعی کوچک‌تر از صد – اعداد صحیح منفی

حل: اعداد خیلی بزرگ و مردان قدبلند تعریف مشخصی ندارند. سه عدد زوج متوالی نیز کاملاً مشخص نیست. لذا این دسته‌ها هیچ‌کدام یک مجموعه را مشخص نمی‌کنند. اما اعداد طبیعی کوچک‌تر از صد و اعداد صحیح منفی کاملاً مشخص می‌باشد و هر کدام یک مجموعه را مشخص می‌کنند.

$$A = \{1, 2, 3, \dots, 99\}$$

اعداد طبیعی کوچک‌تر از ۱۰۰

$$B = \{-1, -2, -3, \dots\}$$

اعداد صحیح منفی

مثال ۲: مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های طبیعی عدد ۱۲ را مشخص کنید.

$$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$$

حل:

مثال ۳: مجموعه‌ی اعداد اول زوج را با عضوهایش مشخص کنید.

$$B = \{2\}$$

حل:

مثال ۴: مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های عدد ۴۱ را با عضوهایش مشخص کنید.

$$C = \{1, 41\}$$

حل:

مثال ۵: مجموعه‌ی مضارب دورقمی عدد ۵ را مشخص کنید.



$$D = \{10, 15, 20, \dots, 95\}$$

مثال ۶: اگر $A = \{3, 6, 9, \dots, 150\}$ باشد، کدام یک از عبارات زیر درست است؟

الف) $75 \in A$

ب) $83 \in A$

ج) $135 \in A$

د) $162 \notin A$



موارد الف، ج و د صحیح می‌باشند.

مثال ۷: اگر $B = \{1, 2, 4, 8, 16, \dots\}$ باشد، کدام یک از عبارات زیر درست است؟

الف) $128 \in B$

ب) $512 \notin B$

ج) $1012 \in A$

د) $2048 \in A$



اعضای مجموعه‌ی B توان‌های عدد ۲ می‌باشند، بنابراین موارد الف و د صحیح می‌باشند.

مثال ۸: اگر $A = \{0, \{0, 2\}, \{1\}\}$ باشد، کدام یک از عبارات زیر درست است؟

$0 \in A$

$\{0\} \in A$

$1 \notin A$

$2 \in A$



عبارت‌های $0 \in A$ و $1 \notin A$ درست و بقیه‌ی نادرست می‌باشند.

مجموعه‌های اعداد

$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$ مجموعه‌ی اعداد طبیعی

$\mathbb{W} = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$ مجموعه‌ی اعداد حسابی

$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$ مجموعه‌ی اعداد صحیح

مجموعه‌ی اعداد گویا را با $\mathbb{Q}$ ، مجموعه‌ی اعداد گنگ را با $\mathbb{Q}'$ و مجموعه‌ی اعداد حقیقی را با $\mathbb{R}$ نشان می‌دهیم.

مثال ۹: کدام یک از عبارات زیر درست است؟

الف) $137 \in \mathbb{N}$

ب) $-145 \in \mathbb{N}$

ج) $\frac{3}{5} \notin \mathbb{N}$

د) $-12/5 \in \mathbb{Z}$

هـ) $\frac{-26}{13} \in \mathbb{Z}$

و) $-5^2 \in \mathbb{N}$

$$ز) 0 \in \mathbb{Z}$$

$$ح) \frac{0}{7} \in \mathbb{W}$$

$$ط) -\frac{5}{6} \in \mathbb{Q}$$

$$ی) 3/7 \in \mathbb{Q}$$

$$ک) \sqrt{25} \in \mathbb{Q}$$

$$ل) \sqrt{2} \in \mathbb{Q}$$

حل: موارد الف، ج، ه، ز، ح، ط، ی و ک درست هستند.

مجموعه‌ی تهی: مجموعه‌ای را که هیچ عضوی نداشته باشد، مجموعه‌ی تهی می‌نامند و آن را با نماد ϕ یا $\{\}$ نشان می‌دهند. مجموعه‌ی اعداد طبیعی بین ۲ و ۳ و مجموعه‌ی اعداد فردی که بر ۲ بخش‌پذیرند، هر کدام یک مجموعه‌ی تهی را مشخص می‌کنند.

مجموعه‌ی متناهی و نامتناهی: مجموعه‌ای که اعضای آن با شمردن به اتمام برسد؛ مجموعه‌ی متناهی نامیده می‌شود. هر مجموعه‌ای که متناهی نباشد، نامتناهی است.

مجموعه‌ی حروف صدادار انگلیسی و مجموعه‌ی اعداد طبیعی کوچک‌تر از هزار مثال‌هایی از مجموعه‌ی متناهی و مجموعه‌ی اعداد طبیعی بزرگ‌تر از صد و کسرهای موجود بین ۲ و ۳ هر کدام یک مجموعه‌ی نامتناهی می‌باشند.

مثال ۱۰: کدام یک از مجموعه‌های زیر متناهی است؟

$$A = \{\{1, 2, 3, \dots\}\}$$

$$B = \{\text{مضرب‌های عدد } 5\}$$

حل: مجموعه‌ی A متناهی و مجموعه‌ی B نامتناهی است.

صورت‌های مختلف نمایش یک مجموعه: هر مجموعه را به سه صورت نمایش می‌دهند.

۱- نمایش هندسی (نمودار ون)

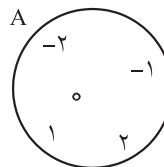
۲- نمایش توصیفی (علایم ریاضی)

۳- نمایش تفصیلی (با اعضاها)

مثال ۱۱: مجموعه‌ی اعداد صحیح بین -۳ و +۳ را به سه صورت نمایش دهید.

حل:

۱- نمودار ون:



$$A = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, -3 < x < 3\}$$

۲- علایم ریاضی:

$$A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$$

۳- با اعضاها: